17世紀後半オランダにおける統計学―「チャンスの価格」と生命表の交錯―

吉田　　忠

（1）統計学の源流とされるイギリス政治算術とフランス確率論は、期を一にして 17 世紀半ばに生まれた。この両者の対立は、その後交錯をくりかえしながら、現在なお統計学の方法論の中に残されている。本報告は、この現代的課題に迫る基礎として、17 世紀後半のオランダで行われた両者の交錯の試みを紹介する。地理的歴史的条件から、英仏両国と数学や科学での交流が深かったオランダでの試みには、評価すべき点がいくつかある。

グラントの『死亡表に関する自然的および政治的諸観察』（1662、以下『諸観察』）では、まず出生死亡記録に基く規則性が示されるが、死亡記録は年齢を欠いていたため年齢別死亡率については根拠がない。直接的な経験などから、死亡率は 6 歳までの幼児期は高いがそのあとは低下安定する、そしてその状態はなんらかの数量的秩序で表せると考えたようだ（『諸観察』の 10 歳間隔生存者数は等比数列から導出した）。ブレスラウでの多数の死亡記録を利用したハレーも、ある年齢間隔での死亡数、死亡率の安定傾向の検出を試みたが成功しなかった(1693)。ただ 1 歳時＝1000 人とした生命表では、42－49 歳、54－70 歳の間、毎年 10 人ずつ死ぬ等差数列になった。きれいな数量的秩序を初めて生命表から帰納したのは、英国人ゴンパーツであろう(1825)。彼のゴンペルツ曲線は、幼児期以降の x 歳の死亡率$\mu(x)=ab^{x}$とされ、半対数グラフで直線になる。ハレー論文の大部分は、生命保険や終身年金の評価に有効だとするものであったため、この論文を基礎に、それまでの賭博同然の生命保険に代わり、正しい技術的基礎に立った Equitable 社等の生命保険会社が 18 世紀に誕生したとされる。しかし、オランダでは 1671 年にデ・ウィットにより、独自の生命表とホイヘンスの確率論を利用した一時払い終身年金の現在価額推計が行われていた。

（2）パスカル=フェルマーが対象にした点の問題は、ＡとＢがＸを賭けて勝負をくりかえし先にｎ回勝った方が２Ｘを手にするゲームで、ｎに対しＡがａ、Ｂがｂだけ足りない状態でゲームを中断する時、２ＸのＡ、Ｂへの公正な配分額 A(a,b),B(a,b)を求めるものであった。フェルマーは、最後まで勝負すると仮定して起きうる総ての場合を数え、その内のＡ、Ｂそれぞれが勝つ場合の数の比で 2Ｘを配分せよとした。一方 A(a,b),B(a,b)をＡ、Ｂの勝負の価値とよんだパスカルは、ａとｂを変数とする両者の数列を構成し、そこでの秩序から A(a,b),B(a,b)の一般式を求めた（漸化式による解法）。

ホイヘンスは、点の問題を継承して『運まかせゲームの計算』（1656、以下、『運まかせ』と略）を書き、勝負の価値＝チャンスの価格としたが、彼はそれを A(a,b),B(a,b)の漸化式で解く方法をとった。一方、Ｊ.ベルヌーイは『運まかせ』への注釈で、組合せ論により場合の数を数える方法をとり、チャンスの価格＝Σ（確率×損益）と言う理解に立った。ホイヘンス『運まかせ』は、自明とされた仮定を前提に 14 の命題を順にて証明しており、大陸派合理主義の方法により徹していたが、チャンスの価格が数学的に不純であったことは、逆にホイヘンスの確率論に広い応用可能性を与えるものであった。

(３)内容的意味を保存したまま扱われるチャンスの価格の概念を社会問題の政策立案に応用したのが、デ・ウィットであった。17 世紀半ば、内外とも困難な状況のオランダを 20 年にわたって指導したデ・ウィットは、緊迫する国際関係の中での軍備増強資金を一時払いの年金発売に求めようとした。それも購入者が選びうるうるよう厳密な推計による現在価額を示そうとした。1671 年 7 月 30 日に州総督に提出されたのが、Vaerdye van Lyf-renten naer proportio van Los-renten（償還年金との対比における終身年金の価値）であった。

彼は、『運まかせ』命題３「同じ大きさのｐ個のチャンスでａをえ、ｑ個チャンスでｂをえるとき、チャンスの価格は（pa+qb）/(p+q)である」を、「$p_1, p_2, \cdots, p_n$ 個のチャンスで $a_1, a_2, \cdots, a_n$ がえられる時、チャンスの価格は、$(\Sigma p_i a_i)/(\Sigma p_i)$ である」へ拡大した。そして、ある終身年金の全購入者ｎ人の内たまたまｉ歳で死んだ p_i 人（$\Sigma p_i = n$）全員はそれまでの年金 a_i を受領したことになるのだから、これは「ある年金購入者がたまたまｉ歳死亡組に入って a_i をえるチャンスの数は p_i 個であり、従ってこの終身年金のチャンスの価格は $(\Sigma p_i a_i)/(\Sigma p_i)$ となる」という理解と同一である。彼は、最初に毎年受け取る年金を４％の利子率で購入時現在価に還元ているので、それはこの終身年金の現在価額である。

(４)問題は「p_i 人からなるｍ組」であるが、デ・ウィットは人の生涯を 4 つの段階に分け、そこでの半年間死亡数は次の比率で一定だとした。Ⅰ.(4‐53 歳)ｄ人、Ⅱ.(54‐63)2/3ｄ、Ⅲ.(64‐73)1/2ｄ、Ⅳ.(73‐80)1/3ｄ。デ・ウィットの生命表であるが、これが仮説として述べられたこと、死亡数を単純に各段階毎の等比数列とみることから、先験的に想定されたものとみなされる場合がある。しかし、かれの論文の補遺には「何千人もの終身年金購入者の生死から導いた」とあり、また後日フッデにハーグのそれを利用したと述べている。

この終身年金購入者の死亡記録を、アムステルダム市 1586－90 年の 1495 人に関して整理したのはフッデであった。彼は、1971 年春ごろからその整理を始め、論文を提出した直後のデ・ウィットにそれを送った。その返信は 10 月にあり､､フッデ生命表から 50 歳以上死亡率は次のように訂正の必要がある、とした。上段はデ.ウィットの修正値、下段はフッデ生命表からの死亡率である。

	50‐55 歳	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90	90-100
デ・ウィット	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	3/5	2/3	7/9	1/1
フッデ	0.160	0.205	0.259	0.322	0.468	0.591	0.704	0.813	1

デ.ウィットの 75 歳までは 1/6 から 1/2 へと減少するが、それは(50 歳人口を 30 人とすると毎年 1 人死亡の)等差数列になり、しかもフッデの数値と近似する。（しかし 75 歳以上はフッデに合わせただけのように見える。）このようにオランダでも生命表は直接経験、死亡記録等からある数量的秩序を導出しようとするものであった。しかし、デ・ウィットは、新しい生命表での推計結果と元のそれとに大きな差はなかったと言う。もしその差が大きく表れ、デ・ウィットに余命が与えられていたら、そしてデ・ウィットの意図通りに終身年金販売が広くくりかえされたとしたら、そこに蓄積される経験生命表とともに、ゴンペルツ曲線段階の生命表理解がゴンパーツよりも早い時期にこの国に生まれていたであろう。